

## Правилни многоугао – обим, површина и друге формуле

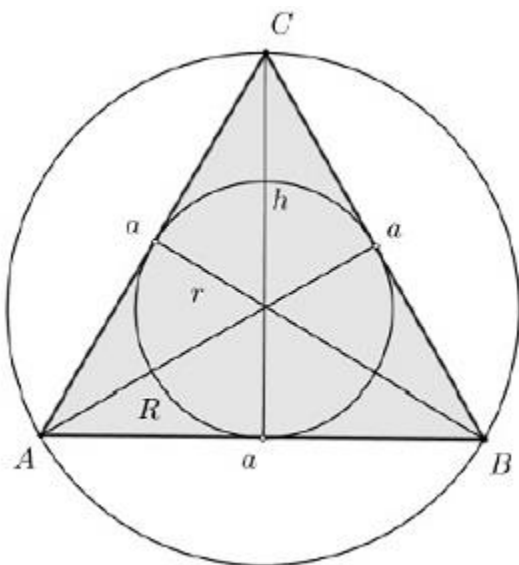
Правилни многоугао је многоугао чије су све странице међусобно једнаке, као и сви унутрашњи углови подударни. (Самим тим су међусобно једнаки и сви спољашњи углови.)

Како је обим по дефиницији збир дужина свих страница неке фигуре, обим правилног многоугла са  $n$  страница, при чему је свака страница дужине  $a$ , рачуна се по формули:

$$O = n \cdot a$$

Специјално, међу правилним многоугловима посебно су нам важне следеће фигуре: једнакостранични троугао, квадрат и правилни шестоугао, па ћемо за сваку од ових фигура извести одговарајуће формуле.

Кренимо од **једнакостраничног троугла**.



Обим се рачуна по формули :  $O = 3 \cdot a$ .

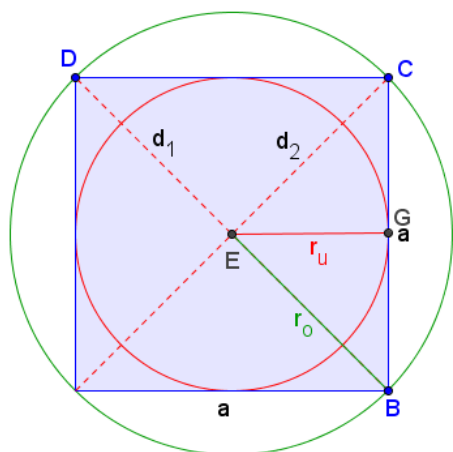
Висина једнакостраничног троугла:  $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Површина једнакостраничног троугла:  $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .

Полупречник описаног круга се рачуна по формули:  $R = \frac{2}{3}h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

Полупречник уписаног круга:  $r = \frac{1}{3}h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ .

Затим, битна врста правилног многоугла је и свима добро познат **квадрат**. Да се подсетимо слике и формула.



Обим квадрата странице  $a$ :  $O = 4 \cdot a$ .

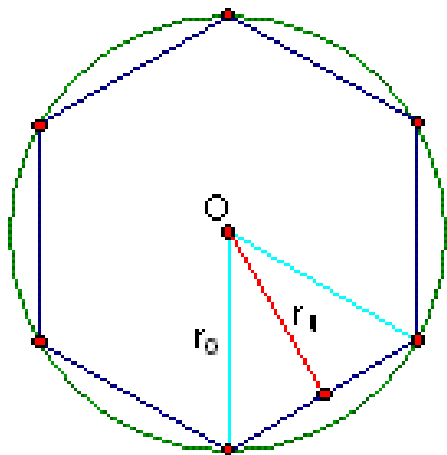
Површина квадрата:  $P = a^2 = \frac{d^2}{2}$

Дијагонала квадрата:  $d = a\sqrt{2}$ .

Полупречник описане кружнице:  $r_o = \frac{d}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Полупречник уписане кружнице:  $r_u = \frac{a}{2}$ .

И за крај, једна фигура која ће нам такое бити значајна је **правилни шестоугао**.



Обим правилног шестоугла се рачуна по формули:  $O = 6 \cdot a$ .

Како је правилни шестоугао подељен на 6 подударних једнакостраничних троуглова, његова површина се рачуна према формули:  $P = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$ .

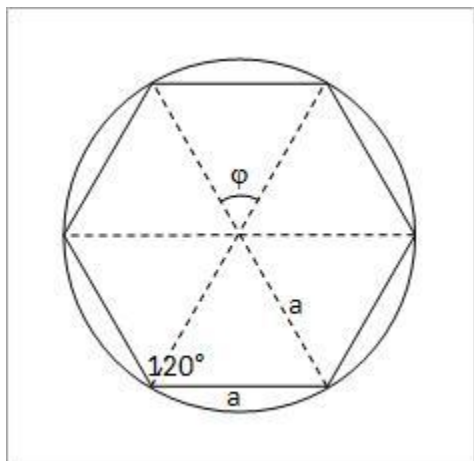
Полупречник описане кружнице:  $R = r_o = a$ .

Полупречник уписане кружнице:  $r = r_u = \frac{a\sqrt{3}}{2}$  (јер је то висина једног једнакостраничног троугла са слике).

Правилни шестоугао има две дијагонала:  $d_1$  (дужа дијагонала) и  $d_2$  (краћа дијагонала).

Дужине ових дијагонала се рачунају према следећим формулама:  $d_1 = 2 \cdot a$ ,  $d_2 = a\sqrt{3}$ .

Даље, оно што је битно да уочимо да се сваки правилан многоугао са  $n$  страница може поделити на  $n$  тзв. карактеристичних троуглова. Карактеристичан троугао се добија када се центар фигуре, тачка  $O$  повеже са двама крајњим тачкама једне странице тог многоугла. Посматрајмо следећу слику.

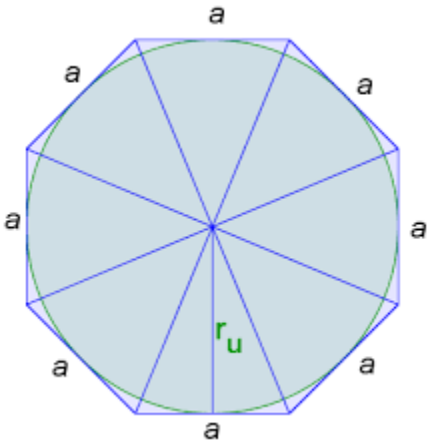


Угао  $\varphi$  са слике представља **централни угао** датог правилног шестоугла.

Овај угао за произвољан правилни многоугао се рачуна према следећој формули:

$$\varphi = \frac{360^\circ}{n}$$

Конкретно, код правилног шестоугла карактеристичан троугао је једнакостранични, али у општем случају то је заправо једнакокраки троугао. Погледајмо слику за правилан осмоугао.



Централни угао правилног многоугла једнак је спољашњем углу тог многоугла.

Кад је реч о унутрашњим угловима правилног многоугла, пошто су сви они међусобно једнаки, означавамо их са  $\alpha$  и рачунамо на следећи начин:

$$\alpha = \frac{Sn}{n} = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}.$$

Такође, спољашњи углови су меусобно подударни, обележавамо их са  $\beta$  и рачунамо на следећи начин:

$$\beta = \frac{Sn'}{n} = \frac{360^\circ}{n}$$